Az előtörlesztési büntetőkamatlábak értékelése a román bankpiacon

VÁRADI RÉKA[1] – KOVÁCS IMOLA[2] – JUHÁSZ JÁCINT[3]

Jelen tanulmány célja az előtörlesztési büntetőkamatlábak elméleti árának meghatározása a román bankpiacon. A téma aktuálitását a 2010 júniusában elfogadott sürgősségi kormányrendelet adja, mely az előtörlesztési büntetőkamatlábakra vonatkozik. A tanulmány első részében a banki kockázatok kerülnek bemutatásra, különös tekintettel az előtörlesztési kockázatra. Az előtörlesztés okainak feltárása után gyakorlati példákon keresztül kerülnek összehasonlításra az előtörlesztés előrejelzésére használt modellek. Az előtörlesztési opció árazása a Monte Carlo-szimuláció alkalmazásával történik. Következtetésként a meghatározott elméleti ár kerül összehasonlításra, a szabályozás bevezetése előtt alkalmazott büntetőkamatlábakkal.

Kulcsszavak: banki kockázatok, büntetőkamatláb, előtörlesztés, kinyúlási kockázat, beszűkülési kockázat, előtörlesztési modellek, CPR modell, PSA modell, előtörlesztési opció, reál opciók, opcióárazás, Monte Carlo-szimuláció.

JEL kódok: E43, G21, G12, G29

1. Bevezető

A 2010-es év egyik legvitatottabb kérdésköre a román bankpiacon az előtörlesztési büntető kamatlábak csökkentése vagy teljes megszüntetése. Az Európai Unió szabályozása szerint a tagállamok kötelesek követni a Bizottság által meghatározott irányelvet, és kialakítani az ennek megfelelő törvényes keretet. Az irányelv szerint változó kamatozású hitelek esetén az ügyfelekre kirótt büntető kamatlábakat teljesen el kell törölni; a rögzített kamatozásúak esetén a kamatláb értéke 1% lehet, ha a hitel hátralevő futamideje 1 év, ha ennél kevesebb, akkor a maximális

[1] Váradi Réka mesteris hallgató, BBTE Közgazdaság- és Gazdálkodástudományi Kar

[2] Juhász Jácint egyetemi adjunktus, BBTE Közgazdaság- és Gazdálkodástudományi Kar

[3] Kovács Imola egyetemi adjunktus, BBTE Közgazdaság- és Gazdálkodástudományi Kar

érték 0,5% lehet. 2010 júniusában a kormány efogadta azt a sürgősségi kormányrendeletet, mely erre az új szabályozásra vonatkozik. A román bankok, a szabályozás érvénybe lépésétől számított 90 napon belül, kötelesek megváltoztatni a még érvényben levő, eddig megkötött hitelszerződéseket.

2. Banki kockázatok

A bankok tevékenységük során a kockázatok széles skálájának vannak kitéve. Ezek egy része olyan kockázat, amelynek minden vállalkozás ki van téve függetlenül attól, hogy milyen gazdasági ágazatban tevékenykedik. A kockázatok másik része tipikusan banki kockázat, mely a bank sajátosságaiból származik. Ezek a kockázatok a bank következő funkcióiból származnak: *lejárati transzformáció, összegtranszformáció és kockázatmegosztás*. Fontos megjegyezni, hogy bár a bankok képesek megosztani a kockázatot, de magát a kockázatot nem tudják teljesen áthárítani. Emiatt a bankot sokszor nevezik kockázattal kereskedő vállalkozásnak is, hiszen nincsen olyan tevékenysége, ami ne járna kockázattal. Számtalan kockázattal szembesül, a működési kockázattól a kamatkockázaton át a hitelkockázatig. Ezért elengedhetetlen a bank kockázati kitettségének minimalizálása. A hitelintézetek által kidolgzott kockázatkezelési modellek azonban nem szüntetik meg teljes egészében a kockázatot, csupán csökkentik annak mértéket. Olyan tényezők is vannak, amelyeket egyáltalán, vagy csak nagyon kicsi mértékben képes befolyásolni. Ilyen kockázat például a hitelkockázat egyik altípusa, az *előtörlesztési kockázat.*[4]

Az előtörlesztési kockázat annak a következménye, hogy a hiteligénylőnek lehetősége van visszafizetni a bankkal szembeni tartozását bármikor, akár lejárat előtt is. Ez jelentősen befolyásolja a kamatkockázat nagyságát, de az okozott jövedelemkiesés pótlására a bankok előtörlesztési díjat számoltak fel, melynek értéke 1–5% körül mozgott. Az előtörlesztési kockázat jelentősége abban áll, hogy a hitel pénzáramlásai emiatt csak egy bizonyos fokú bizonytalansággal tervezhetők. Emellett

[4] Ligeti S. 1997.

az előtörlesztések akkor gyorsítják fel a pénzáramlásokat, amikor az újrabefektetési hozamok alacsonyak.

Az előtörlesztési kockázat kétféle kockázati hatást hordoz magában. Amikor a piaci kamatláb csökken, a racionális hitelfelvevő előtörleszti hitelét, aminek az következménye, hogy a hitel futamideje lerövidül, nő a tőketörlesztések értéke, a kamatfizetésből számazó bevételek azonban csökkennek. Ezt *beszűkülési kockázatnak (contraction risk)* nevezik.[5]

Ellenkező esetben, ha a piaci kamatlábak növekednek, akkor az előtörlesztések mértéke csökkenni fog, bár a bankok ebben a periódusban örülnek a korai tőketörlesztésnek. Ilyenkor a bank kamatbevételei növekednek, csökkenő tőketörlesztések mellett. Mivel ebben az esetben a hitelek átlagos futamideje meghosszabbodik, ezt a hatást *kinyúlási kockázatnak (extension risk)* nevezik.[6]

3. Az előtörlesztés okai

Néhány esetben az előtörlesztések teljesen véletlenszerűen történnek, például ha megváltozik a hitelfelvevő munkahelye és eladni kényszerül a jelzáloggal terhelt ingatlant. Vannak olyan esetek is, amikor az előtörlesztések előreláthatók, akkor, ha a kamatlábak csökkennek, hiszen a hitelfelvevőnek lehetősége van meglevő hitelét egy olcsóbb hitellel refinanszírozni. Általában a következő tényezők befolyásolják az előtörlesztéseket:

• *Az ingatlan értékesítése* – maga után vonja a hitel idő előtti törlesztését.

• *Refinanszírozás* – a kamatlábak csökkenő üteme miatt előnyösebb feltételek mellett lehet hitelhez jutni. Ennek a tényezőnek a legmagasabb a volatilitása, előrejelzése jelenti a legnagyobb kihívást. A refinanszírozási ráta 0–70% között mozog, a kamatlábak alakulásától függően.

• *Fizetésképtelenség* – az előtörlesztések alacsony komponense, évi 0,5%-ra tehető.

• *Megtakarítások* – a hitelfelvevő felhasználja ezeket, hogy a szerző-

[5] Frank J. Fabozzi 2001, 98.
[6] Uo.

désben meghatározott kamatok értéke kevesebb legyen. Így a lehető legrövidebb idő alatt próbál az otthonára kiírt jelzálogtól megszabadulni.

• *Teljes visszafizetés* – akkor történik meg, ha a hitel nagyon közel van a lejárathoz, és a fennmaradó tőke értéke alacsony.[7]

• *Munkahely* – új gazdasági felfedezések felgyorsítják a munkaerő fluktuációját, az egyének képesek lakhelyüket is megváltoztatni, ilyenkor szintén idő előtti törlesztésre kerül sor.

• *Szezonalitás* – a lakásvásárlások trendje is egy befolyásoló tényező. Piackutatások igazolják, hogy tavasszal több ingatlant vásárolnak, és a vásárlás utáni közvetett időszakban az előtörlesztések üteme alacsonyabb.[8]

4. Előtörlesztési modellek

Az előtörlesztési modellek célja, hogy a bank jövőbeli pénzáramlásainak előrejelzésénél megvizsgálja az előtörlesztések ütemét, minden lehetséges jövőbeli szcenárió esetén.

4.1. 12 year life model – 12 éves élettartamú modell

Az egyik legrégebbi és legegyszerűbb előtörlesztési modell, melyet a ’70-es években fejlesztettek ki. Azt feltételezi, hogy a jelzáloghitelek átlagos futamideje 12 év, mert egy 30 év teljes futamidejű hitelt a 12. évben fognak teljesen visszatörleszteni. Ez a teljes hitelportfólióra igaz.[9] Ezt a leegyszerűsített modellt ma már nem alkalmazzák, hiszen vannak ennél sokkal komplexebb, érzékenyebb modellek, melyek eredményei sokkal jobban hasznosíthatóak a gyakorlatban. A tanulmányok szerint jelenleg a jelzáloghitelek átlagos élettartama csupán 10 év körüli.

4.2. FHA modell

Az FHA modellt a Federal Housing Administration alakította ki a ’30-as években. Az általuk kifejlesztett modell lényege, hogy múltbeli adatok alapján próbálta az előtörlesztések alakulását előrejelezni. A historikus adatokból arra a következtetésre jutottak, hogy az előtörlesztések, egy 30 éves futamidejű hitel esetén, a szerződés megkötése után je-

[7] Salomon Brothers 1995, 5.
[8] De Philippe Jorion 2009, 177.
[9] Dick London 1997, 284.

lentéktelenek, majd felgyorsulnak. A maximális értéket az 5–8. év között érik el, majd ismét visszaesik az értékük.[10] A modell előnye, hogy változó előtörlesztési ütemet feltételez, hátránya azonban, hogy historikus adatokat használ fel, amelyek alapján az előrejelzések pontatlanok. Ezekből a hátrányokból adódik, hogy a modell gyakorlati haszna nagyon alacsony, ma már nincs is használatban.

4.2.1. CPR modell[11]

Az előtörlesztési modellek egyik legegyszerűbb változata, mely a hitel teljes futamideje alatt egy konstans előtörlesztési értéket feltételez. Ezt az ún. *feltételes előtörlesztési ráta (conditional prepayment rate)* számszerűsíti, mely historikus adatokból indul ki, és ezeket vetíti a jelenre, ill. a jövőre. A modell nem csupán egyetlen hitelre alkalmazható, hanem egy hitelintézet teljes hitelportfóliójára. Az előbbi modellekkel szembeni egyik legfontosabb előnye, hogy egy bizonyos szubjektivitást feltételez az előtörlesztések alakulásában.

A modell úgy építi fel a kihelyezett hitelek utáni pénzáramlásokat, hogy azt feltételezi, hogy a hitelből fennmaradó tőke egy részét minden hónapban előtörlesztik, egészen a jelzáloghitel lejáratáig. A CPR mutató az éves előtörlesztéseket adja meg, a havi előtörlesztéseket pedig az SMM (single monthly mortality), melynek alábbi a képlete:

$$SMM = 1 - (1 - CPR)^{1/12}$$

A CPR és SMM értéke nem lehet kevesebb, mint 0, ugyanakkor értékük nem haladhatja meg a 100%-ot a CPR esetében, ill. az 1-et az SMM esetében.

Tehát a CPR mutató arra a kérdésre ad választ, hogy mennyi annak a valószínűsége, hogy egy bizonyos periódusig nem lesz előtörlesztés, mennyi annak a valószínűsége, hogy a vizsgált hitel „túléli" a meghatározott periódust.

• Annak a valószínűsége, hogy nem lesz előtörlesztés az 1. hónapban: $(1 - SMM)$

[10] Frank J. Fabozz – Chuck Ramsey 1999, 22.
[11] Frank J. 2001, 78.

• Annak a valószínűsége, hogy nem lesz előtörlesztés a 12. hónapban: $(1 - SMM)^{12}$

• Annak a valószínűsége, hogy nem lesz előtörlesztés az 1. évben: $(1 - CPR)$

A modell annak a megállapítására is alkalmas, hogy mekkora lesz év végén a hitelportfólió tekintetében a fennmaradó tőke.

A következőkben pedig az előbb bemutatott modellt fogjuk felépíteni egy meghatározott hitel esetében, melyet az alábbi táblázat tartalmaz. Adott egy 1 000 000 értékű, 10% fix kamatú, 50 hónap futamidejű, annuitásos hitel. Ugyanakkor a CPR mutató értékét a modellnek megfelelően 1% konstans értéken rögzítettük.

Az újraszámolt annuitás számítására azért van szükség, mert a fennmaradó tőke értékét minden periódusban előtörlesztik, és ennek hatását az annuitás meghatározásánál figyelembe kell venni. A második periódustól kezdődően korrigálás a következő képlet alapján történik:

$$Új\ annuitás = Annuitás_{i-1} - SMM_{i-1} = 100.744{,}74$$

A kamatok értékét mindig az aktuális periódus eleji hitelértékre számoljuk, hiszen az annuitások értékét korrigáltuk az előtörlesztéssel. A kamatok alakulását mutatja a táblázat 5. oszlopa. A tőketörlesztés nem más, mint a meghatározott új annuitás és a kamat különbsége. A fennmaradó tőke az aktuális periódus tőketörlesztése után fennmaradó hitel értékét adja meg. Az ezt követő oszlopok tartalmazzák az előtörlesztéssel kapcsolatos feltételezéseket. A CPR és ennek megfelelően az SMM értékei is konstansak a hitel futamideje alatt. Ennek megfelelően a bemutatott képletet vetítjük a hitelre:

$$SMM = 1 - (1 - CPR)^{1/12} = 1 - (1 - 1\%)^{1/12} = 0{,}001$$

Miután meghatároztuk az előtörlesztések arányát a fennmaradó tőkéből, a következő lépés az előtörlesztések értékbeni kifejezése.

$$Előtörlesztés = Fennmaradó\ tőke\ x\ SMM =$$

$$= 999.140{,}83 * 0{,}001 = 836{,}46$$

A periódus végén fennmaradó tőke korrigálva van az előtörlesztések értékével is. A következő periódus elején pedig a hitel értéke megegyezik ezzel a periódus végén fennmaradó tőkeértékkel.

Periódus vége = Fennmaradó tőke – Előtörlesztés =

$$= 999.140,83 - 836,46 = 998.304,37$$

A kumulált előtörlesztéseket tartalmazó oszlopban vannak összegezve az előtörlesztések, úgy, hogy az aktuális periódusban az érték egyenlő az előző periódusokban történt előtörlesztések összegével. Az első periódusban természetesen 0 az értéke, hiszen nincsen az első periódus előtt előtörlesztés. A második periódusban az értéke egyenlő az első periódusban kifizetett előtörlesztés értékével.

4.2.2. PSA modell[12]

A gyakorlatban az egyik leggyakrabban alkalmazott modell a PSA modell, melyet a Public Security Association alkotott meg 1985-ben. Egy benchmark modell, amelyben a PSA mutatót úgy kell értelmezni, mintha egy nemzetközileg elfogadott mértékegység lenne, amely az előtörlesztések sebességét méri. Eltérően az előbbi modelltől, ez a modell lineáris kapcsolatot feltételez az előtörlesztések mértéke és a lejáratig hátralevő idő között. Következésképpen a PSA modell a CPR modell és az FHA modell kombinációja. A modell kiemelkedően fontos előnye és újítása az előbbiekhez képest, hogy alkalmazása esetén különböző lejáratú hitelportfóliók előtörlesztési sebessége egyszerűen összehasonlítható.

Több változata használatos, a 100% PSA, 165% PSA, illetve a 70% PSA. Ezek mellett azonban tetszés szerint a PSA bármilyen százalékos formáját lehet alkalmazni. Az első változat, a 100% PSA, úgy építi fel az előtörlesztések mértékét, hogy azok 0,2%-ról indulnak az első periódusban, és ez lineárisan növekszik hónapról hónapra, egészen addig, amíg eléri a 6%-ot. Ezt az értéket a 30. periódusban éri el. Ettől a periódustól kezdve a PSA mutató konstans marad egészen a lejáratig. Ha a 165% PSA-t használjuk, akkor annyit kell tennünk, hogy ezeket az értékeket beszorozzuk 1,65-tel. Ugyanez a módszer a 70% PSA esetében is, ekkor a szorzótényező 0,7.

Az 1. ábra összefoglalja a három, gyakorlatban leggyakrabban használt PSA érték alakulását a hitel futamideje alatt. Megfigyelhető, hogy a

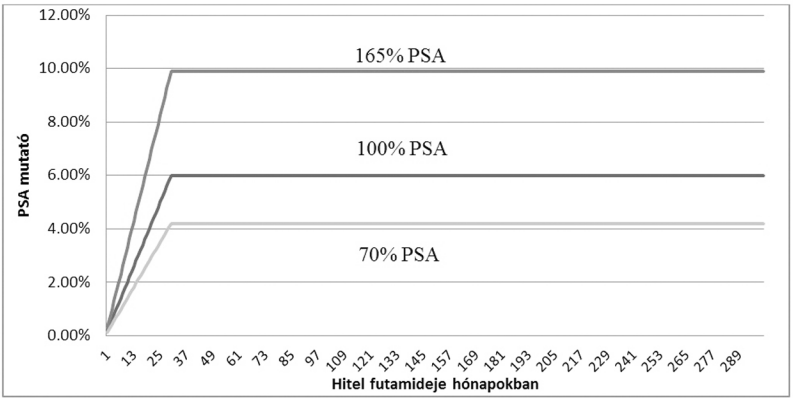
[12] Vinod Kothari 2006. *Securitization the Financial Instrument of the Future*, 246.

1. táblázat. A CPR modell hitelkonstrukciója

(1)	*(2)*	*(3)*	*(4)*	*(5)*	*(6)*	*(7)*	*(8)*	*(9)*	*(10)*	*(11)*	*(12)*
Periódus	*Hitel per. eleje*	*Annuitás*	*új annuitás*	*Kamat*	*Tőketörl.*	*Fennmar. tőke*	*CPR*	*SMM*	*Előtörl.*	*Kum. előtörl.*	*Periódus vége*
1	1,000,000.00	100,859.17	100,859.17	100,000.00	859.17	999,140.83	1.00%	0.001	836.46	0.00	998,304.37
2	998,304.37	100,859.17	100,774.74	99,830.44	944.30	997,360.07	1.00%	0.001	834.97	836.46	996,525.10
3	996,525.10	100,859.17	100,690.37	99,652.51	1,037.86	995,487.24	1.00%	0.001	833.40	1,671.43	994,653.84
4	994,653.84	100,859.17	100,606.08	99,465.38	1,140.69	993,513.15	1.00%	0.001	831.75	2,504.82	992,681.40
5	992,681.40	100,859.17	100,521.85	99,268.14	1,253.71	991,427.69	1.00%	0.001	830.00	3,336.57	990,597.69
6	990,597.69	100,859.17	100,437.70	99,059.77	1,377.93	989,219.77	1.00%	0.001	828.15	4,166.57	988,391.61
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
13	971,810.91	100,859.17	99,850.58	97,181.09	2,669.49	969,141.41	1.00%	0.001	811.34	9,917.66	968,330.07
14	968,330.07	100,859.17	99,766.99	96,833.01	2,933.98	965,396.09	1.00%	0.001	808.21	10,729.00	964,587.88
15	964,587.88	100,859.17	99,683.47	96,458.79	3,224.68	961,363.20	1.00%	0.001	804.83	11,537.21	960,558.37
16	960,558.37	100,859.17	99,600.01	96,055.84	3,544.18	957,014.19	1.00%	0.001	801.19	12,342.04	956,213.00
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
23	921,515.72	100,859.17	99,017.80	92,151.57	6,866.23	914,649.50	1.00%	0.001	765.72	17,855.43	913,883.77
24	913,883.77	100,859.17	98,934.90	91,388.38	7,546.53	906,337.25	1.00%	0.001	758.77	18,621.16	905,578.48
25	905,578.48	100,859.17	98,852.08	90,557.85	8,294.23	897,284.25	1.00%	0.001	751.19	19,379.92	896,533.07
26	896,533.07	100,859.17	98,769.32	89,653.31	9,116.01	887,417.06	1.00%	0.001	742.93	20,131.11	886,674.13
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
49	168,147.38	100,859.17	96,884.92	16,814.74	80,070.18	88,077.20	1.00%	0.001	73.74	32,380.24	88,003.46
50	88,003.46	100,859.17	96,803.81	8,800.35	88,003.46	0.00	1.00%	0.001	0.00	32,453.97	0.00

Forrás: saját szerkesztés

165% PSA az előtörlesztések gyorsabb tendenciáját jelenti, míg a 70% egy lassúbb tendenciát mutat.



Forrás: Saját szerkesztés, Philippe Jorion 2009. Financial Risk Manager Handbook. Fifth Edition, USA, 179. alapján

1. ábra. PSA előtörlesztési modellek

A modellre vonatkozó elméleti megközelítések után a következőkben felépítjük egy gyakorlati példán keresztül. Feltételezzük, hogy az előző példához hasonlóan adott egy 1000 000 értékű hitel, melynek futamideje 50 hónap, és szerződésben meghatározott fix kamatlába 10%. Az előtörlesztések mértékének meghatározásához most nem rögzítünk egy konstans CPR-t, hanem a 100% PSA benchmark adatokat alkalmazzuk. Az alábbi táblázat tartalmazza a hitelkonstrukciót ebben az esetben.

A két modell közötti eltérés az előtörlesztések meghatározásakor jelentkeznek. A CPR értéke nem konstans, hanem minden egyes periódusban növekszik, egészen a 30. periódusig, ahol eléri maximumát. Az első periódusban értéke 0,2%, és periódusról periódusra ugyanannyival nő az értéke. A táblázat 8. oszlopa tartalmazza a mutató alakulását. A CPR értékének meghatározása a következőképpen történik:

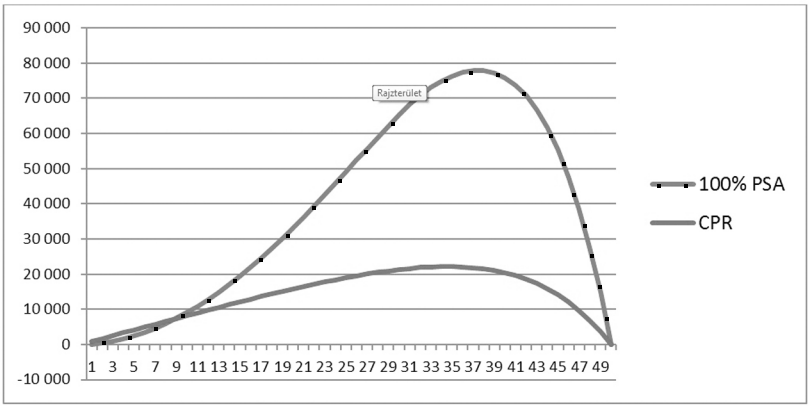
$$CPR = PSA * Min(0{,}2\% \text{ x } 1;\ 0{,}6\%) = 0{,}2\%$$

Ennek megfelelően az SMM ugyanezt a mozgást követi.

$$SMM = 1 - (1 - CPR)^{1/12} = 1 - (1 - 0{,}2\%)^{1/12} = 0{,}0002$$

A második periódusban tehát a CPR értéke 0,4%, az előző képletbe ezt behelyettesítve az SMM 0,0003 lesz. Ezen havi előtörlesztési ráták alakulása a 9. oszlopban követhető nyomon. Ezek után az előtörlesztések pénzbeni értékét és a periódus végén fennmaradó tőke értékét a CPR modellben bemutatott módszer alapján számoljuk.

Megfigyelhető, hogy a 30. periódusig tart az előtörlesztések CPR mutatójának a növekedése, attól a pillanattól egészen a lejáratig konstans 6%-ot mutat, az ennek megfelelő SMM érték pedig 0,51%. Ha az előtörlesztések értékének alakulását figyeljük, akkor azt mondhatjuk el, hogy ameddig a CPR növekszik, addig az előtörlesztések is növekednek, miután azonban a CPR konstanssá válik, az előtörlesztések csökkennek a futamidő végéig.



Forrás: Saját szerkesztés

2. ábra. A fennmaradó tőke alakulása előtörlesztéssel és előtörlesztés nélkül a CPR és a 100% PSA modell esetén

Az előző ábra nagyon jól szemlélteti azt a különbséget, ami az előtörlesztések miatt jelentkezik a fennmaradó tőke értékében a két utóbbi modell között. Az eltérés a PSA modell esetén a leglátványosabb, az

2. táblázat. A 100% PSA modell hitelkonstrukciója

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
Periódus	*Hitel periódus eleje*	*Annuitás*	*Új annuitás*	*Kamat*	*Tőke törlesztés*	*Fennmar. tőke*	*CPR*	*SMM*	*Előtör-lesztés*	*Kum. előtörl.*	*Végső tőke*
1	1,000,000.00	100,859.17	100,859.17	100,000.00	859.17	999,140.83	0.002	0.0002	167	0.00	998,974.15
2	998,974.15	100,859.17	100,842.35	99,897.41	944.93	998,029.22	0.004	0.0003	333	166.68	997,695.93
3	997,695.93	100,859.17	100,808.67	99,769.59	1,039.08	996,656.85	0.006	0.0005	500	499.96	996,157.14
4	996,157.14	100,859.17	100,758.13	99,615.71	1,142.41	995,014.73	0.008	0.0007	666	999.67	994,348.94
5	994,348.94	100,859.17	100,690.71	99,434.89	1,255.82	993,093.13	0.010	0.0008	831	1,665.46	992,261.73
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
13	968,842.32	100,859.17	99,545.57	96,884.23	2,661.34	966,180.98	0.026	0.0022	2,119	12,879.24	964,062.22
14	964,062.22	100,859.17	99,327.27	96,406.22	2,921.05	961,141.17	0.028	0.0024	2,272	14,998.00	958,869.20
15	958,869.20	100,859.17	99,092.48	95,886.92	3,205.56	955,663.64	0.030	0.0025	2,423	17,269.97	953,240.99
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
20	925,856.16	100,859.17	97,674.32	92,585.62	5,088.70	920,767.46	0.040	0.0034	3,127	30,828.74	917,640.49
21	917,640.49	100,859.17	97,342.61	91,764.05	5,578.56	912,061.92	0.042	0.0036	3,255	33,955.72	908,806.55
22	908,806.55	100,859.17	96,995.17	90,880.66	6,114.52	902,692.03	0.044	0.0037	3,379	37,211.09	899,313.48
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
28	840,251.55	100,859.17	94,588.64	84,025.16	10,563.49	829,688.07	0.056	0.0048	3,975	59,108.15	825,713.10
29	825,713.10	100,859.17	94,135.47	82,571.31	11,564.16	814,148.94	0.058	0.0050	4,044	63,083.11	810,105.23
30	810,105.23	100,859.17	93,667.92	81,010.52	12,657.40	797,447.83	0.060	0.0051	4,101	67,126.82	793,346.55
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
49	147,393.13	100,859.17	84,926.52	14,739.31	70,187.21	77,205.93	0.060	0.0051	397	120,042.77	76,808.86
50	76,808.86	100,859.17	84,489.74	7,680.89	76,808.86	0.00	0.060	0.0051	0	120,439.84	0.00

Forrás: saját szerkesztés

1 000 000 értékű kezdeti hitelhez képest a 80 000-es érték számottevő, főleg, ha a hitelintézet teljes hitelportfóliójára vetítjük az értéket, nem csak egyetlen hitelre. A CPR modell esetén az eltérés jóval kevesebb, mindössze 22 000 a maximális érték, de ha a teljes hitelállományra vetítjük, akkor a pénzáramlások tervezését tekintve ennek is nagy a jelentősége.

5. Előtörlesztési opció[13]

Az opció egy olyan szerződés, amely az egyik félnek arra biztosít jogot, hogy egy jövőbeli időpontban valamit megvegyen, anélkül, hogy erre azonban kötelezettséget vállalna. Az opció egy speciális határidős szerződés, mely csak bizonyos feltételek mellett realizálódik.

A *call (vételi) opció* tulajdonosának *(long call pozíció)* joga, de nem kötelezettsége van arra, hogy megvegyen egy terméket a szerződésben meghatározott áron, egy rögzített időpontban vagy még azelőtt. A kiírójának *(short call pozíció)* kötelessége eladni a kiírt eszközt, a szerződésben meghatározott áron, abban az esetben, ha a tulajdonos élni szeretne vételi jogával.

A *put (eladási) opció* az előbbinek az ellentéte, olyan értelemben, hogy tulajdonosának *(long put pozíció)* joga, nem kötelezettsége van eladni a szerződésben meghatározott eszközt, rögzített időpontban és áron, a kiírónak pedig *(short put pozíció)* kötelessége megvenni azt, ha a tulajdonos úgy dönt, hogy eladja az eszközt. A gazdasági szereplő egy ilyen opció kiírásakor arra kötelezi magát, hogy a szerződésben meghatározott futamidő lejártakor átveszi az alapterméket a tulajdonostól, az opciós díj ellenében.

Az opciók előnyei, hogy a tulajdonosa számára lehetővé teszik a kockázat kivédését, hiszen egy ilyen típusú határidős szerződés esetén a befektetőnek az árfolyamkockázattal nem kell számolnia. Megállapítható ugyanakkor, hogy az opció tulajdonosa és kiírója között aszimmetrikus kockázatvállalás valósul meg.

[13] Hull J. 1999. *Opciók, határidős ügyletek és egyéb származtatott termékek*, 26. Száz J. 1999. *Tőzsdei opciók vételre és eladásra*. Budapest.

Az opciók alapvető paraméterei a következők:[14]

- az alaptermék és annak jelenlegi árfolyama,
- az opció kötési árfolyama,
- az opció lejárati ideje,
- a jelenlegi időpont,
- az alaptermék árfolyama lejáratkor,
- a lejáratig érvényes folytonos kockázatmentes kamatláb,
- az alaptermék megvásárlására szóló vételi és eladási opció értéke,
- az alaptermék árfolyamának volitilitása.

A jelzáloghitel-felvétel tulajdonképpen nem más, mint egy kötvényeladás (short bond), mely pozíciót úgy tudunk lezárni, ha kötvényt vásárolunk (long bond), azaz előtörlesztjük (visszafizetjük) hitelünket. Ezért mondhatjuk azt, hogy az előtörlesztés egy kötvényvásárlásra szóló opció, amely a hitel futamideje alatt bármikor lehívható, tehát egy amerikai típusú opció. A kötvény kibocsátója tehát rendelkezik egy *vételi opcióval*, azaz jogosult az előtörlesztésre. A kibocsátó azonban ezt a jogát csak akkor gyakorolhatja, ha kifizeti ennek az opciónak a díját, azaz a call prémiumot, ami egy büntetés az előtörlesztés miatt. Ez a jelzáloghitelek esetén az *előtörlesztési büntető kamatláb*. Tehát minden opciónak van egy alapterméke, ami kezdetben általában egy részvény volt, de a piacok fejlődésével az alaptermékek skálája kibővült. Az előtörlesztés esetén az alapterméknek a piaci kamatlábat vehetjük. A kötési árfolyam nem más, mint a hitelszerződésben meghatározott rögzített kamatláb. A futamideje megegyezik a jelzáloghitel élettartamával. A lehívási árfolyam az előtörlesztési büntető kamatláb, amit az adós fizet a banknak az idő előtti törlesztésért cserébe. Összegezve elmondhatjuk, hogy a bank rövid pozícióban van, hiszen számára okozhat veszteséget az előtörlesztési opció lehívása, az adós pedig hosszú pozícióban van, hiszen ő dönt az opció lehívásáról.

Figyelembe véve az opciókra vonatkozó általános megállapításokat, valamint az előtörlesztési opcióra tett megállapításokat, vegyük észre, hogy a bank az eladási opció kiírója, tehát *short put* opcióról van szó. In-

[14] Hull J. 1999, 212.

tuitív módon kijelenthetjük, hogy akkor az opcióban szereplő másik fél, azaz az ügyfél, egy *long put* opció tulajdonosa.

6. Opcióárazás – Monte Carlo-szimuláció

Az opcióárazás problémája abból áll, hogy meghatározzuk, egy adott időpontban mekkora értéket rendeljünk az opcióhoz. A modern opcióárazási tehnikák alapját a stochasztikus számítások jelentik, melyeket a pénzügyek matematikailag legbonyolultabb területének tekintenek. Azért alkalmaznak stochasztikus számításokat, mert az opció értéke időben bizonytalanul alakul.[15]

Az opcióárazási modellek széles skálájából lehet kiválasztani a legmegfelelőbbet a különböző opciók értékelésére. Az egyik nagyon gyakran alkalmazott modell a Monte Carlo-szimuláció, melyben a piaci árfolyamok és volatilitások mozgását szimuláljuk, ezáltal meghatározhatjuk a bank portfóliójára vetítve a nyereség vagy veszteség valószínűségeloszlását.[16]

A Monte Carlo-szimuláció alkalmazásánál véletlen számok alapján megbecsüljük az opció értékét befolyásoló tényezők lehetséges alakulását, amelyeket a változók kockázatsemleges világban felvehetnek. Minden egyes tényezősorozat esetén meghatározzuk a kifizetéseket, melyeket a feltevésből adódóan a kockázatmentes kamatlábbal diszkontálunk. A következő lépésben pedig a származtatott ügylet értéket a diszkontált pénzáramlások átlagával becsülhetjük.[17]

A gyakorlati példa alapja egy 1 000 000 értékű, 10% fix kamatú, 50 hónap lejáratú jelzáloghitel, melynek előtörlesztései feltételezéseink szerint a 100% PSA benchmark modell szerint történnek. A bank által meghatározott előtörlesztési büntető kamatláb értéke legyen 5%. Ez volt a romániai piacon a legmagasabb érték 2010-ben.[18] A modell részletes

[15] Hull J. 1999, 270.
[16] Hull J. 1999, 417.
[17] Hull J. 1999, 474.
[18] 2010-ben a romániai piacon az előtörlesztési büntető kamatlábak jelentős eltéréseket mutattak a különböző hitelintézetek között. Átlagosan az értékek az [1%,5%] intervallumban mozogtak. A következőkben részletesebben kitérünk ezen értékek elemzésére, értékelésére.

bemutatása megtörtént az előző részben, az ott illusztrált táblázat szolgálja az opcióárazási modellünk alapját.

Az előtörlesztéseket legerőteljesebben a piaci kamatlábak befolyásolják, tehát ezek alakulását szimuláltuk, 500 véletlen szám generálásán keresztül, normális eloszlást feltételezve. A szimulációhoz szükség volt a hitelkamatlábak múltbeli alakulását megfigyelni. Az adatokat 2007. január – 2010. január között vizsgáltuk, melyeket az RNB jelentéseiből gyűjtöttünk össze. A véletlen számok generálásához szükség volt a kamatlábak volatilitására, melynek értéke 1,87%. A szimuláció által generált véletlen számokat a 3. táblázat 2. oszlopa tartalmazza.

A Monte Carlo-szimuláció következő lépéseként meghatározzuk, hogyan alakulnának a bank előtörlesztéseiből származó cash flow-ja, ha a kamatláb nem változna. Ennek a jelenértékére van szükségünk, ezért diszkontálnunk kell a nominális kamatlábbal. A nominális kamatláb a hitelszerződésben rögzített 10%-os kamatláb. Ez mind az 500 szimuláció esetében 96 487 RON. Ezt láthatjuk a táblázat 3. oszlopában.

Ennek meghatározása után a feladatunk megvizsgálni, hogy mi változik abban az esetben, ha a kamatlábak a szimuláció szerint alakulnak. Ugyanazokat az előtörlesztéseket vettük figyelembe, mint változatlan kamatláb esetén. A különbség abban áll, hogy a korai fizetésekből származó pénzáramlásokat előbb felkamatoljuk az első lépésben generált lehetséges kamatlábakkal, és ezután diszkontáltunk a nominális kamatlábbal, hogy ebben az esetben is a jelenértéket kapjuk. Ennek a számítási módszernek az eredménye fogja tükrözni, hogy a bank pénzáramlásai csökkennek csökkenő kamatkörnyezetben, és növekednének növekvő kamatkörnyezet mellett, de azt is rögzítettük, hogy az utóbbi esetben, mivel nincs előtörlesztés, a bank nem realizál nyereséget. A következő képletet alkalmaztuk:

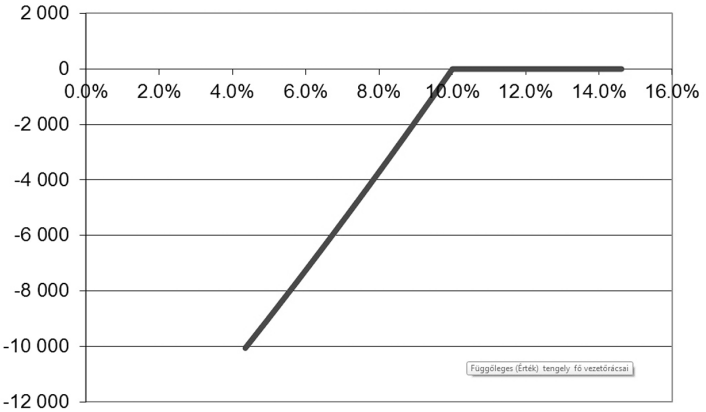
$$\frac{\sum_{i=1}^{50} előtörlesztés_i * \left(1 + \frac{Véletlen\ szám}{12}\right)^{50-i}}{\left(1 + \frac{nominális\ kamatláb}{12}\right)^{50}}$$

Ennek a számításnak az eredményét tartalmazza a 4. oszlopa.

Miután meghatároztuk, hogyan alakulnak a pénzáramlások az új ka-

matkörnyezetben, meg kell határoznunk a változás előtti és a változás utáni pénzáramok különbségét. Tehát az 5. oszlop adatai ezt a különbséget tükrözik, ami a 3. oszlop, illetve 4. oszlop különbsége. Ha végignézzük a táblázat sorait, akkor megfigyelhetjük, hogy azokban a sorokban, ahol az új kamatláb kevesebb, mint a nominális kamatláb, a különbség pozitív, ez tükrözi a bank veszteségét a megváltozott kamatkörnyezet és a bekövetkezett előtörlesztések miatt. A táblázat 254. sorában a generált új kamat megegyezik a szerződésben meghatározott eredeti kamattal, tehát a pénzáramok különbsége 0. Abban az esetben azonban, amikor az új kamatláb értéke magasabb, mint 10%, a különbségek értéke negatív, hisz az új kamatláb mellett nagyobb lenne az előtörlesztések értéke. Azonban azt is tisztáztuk már az eddigiek során, hogy növekvő kamatkörnyezetben a hiteltulajdonosok nem fognak élni előtörlesztési jogukkal.

A következő oszlop tükrözi ezt a megállapításunkat, illetve a bank SP opciójának a kifizetéseit a különböző kamatszintek esetén. A negatív értékek tükrözik a hitelintézet veszteségét az előtörlesztések miatt. A 10%-nál nagyobb kamatok mellett a 6. oszlop értékei nullák, hisz nem keletkezik ugyan vesztesége az előtörlesztés miatt, de elmarad a nyere-



Forrás: Saját szerkesztés

3. ábra. A bank SP opciójának kifizetés-függvénye

ség, amit a megnövekedett kamatlábak miatt realizálhatna. Az alábbi ábra illusztrálja az SP kifizetés függvényét, a 6. oszlop értékei alapján. Az előtörlesztések által generált cash flow alakulása a kamatváltozás függvényében alátámasztja az előző részben tett megállapításunkat, arra vonatkozóan, hogy a bank az előtörlesztések szempontjából egy put opció kiírója, tehát short put opcióról beszélünk.

Az utolsó oszlop adatai tartalmazzák a bank által felszámolt büntetőkamatokból származó bevételeket, melyet a hitelintézetek az előtörlesztésből származó veszteség fedezésére építenek. Emlékeztetőül, az előző részben bemutatott 100% PSA modell hitelkonstrukciójából kiragadunk egy sort, hogy megértsük a büntetőkamatból származó pénzáramot.[16]

Hónap	**Periódus eleje**	**Új annuitás**	**Kamat**	**Tőke törl.**
5	994,348.94	100,690.71	99,434.89	1,255.81

Fennmar. tőke	**Előtörlesztés**	**Végső tőke**	**Büntetőkamat**
993,093.12	831	992,261.73	49,613.08

Ahogy a fenti hitelkonstrukciós sor mutatja, az 5. hónap elején a visszafizetésre váró hitel értéke 994 348,94 RON. Ebből a kamat 99 434,89 RON és a tőketörlesztés 1255,81 RON. A kettő összege pedig megegyezik az új annuitás értékével, mely figyelembe veszi az előző periódusok előtörlesztéseinek értékét. A fennmaradó tőke a kamatfizetés és a tőketörlesztés után 993 093,12 RON, amit úgy kapunk, hogy a periódus eleji hitel értékéből kivonjuk az új annuitást. A 100% PSA előtörlesztési modell feltételezései szerint az előtörlesztés 831 RON. A periódus végén a fennmaradó tőke, azaz a végső tőke, a fennmaradó tőke előtörlesztéssel korrigált értéke. És eljutottunk az elemzés tárgyához, a büntetőkamathoz, melyet az utolsó oszlop tartalmaz. A büntetőkamatláb feltételezésünk szerint 5%. Ezt az 5%-ot a hitelintézetek arra a pénzösszegre számítják, ami az előtörlesztés után még megmarad a hitelből,

[19] A kiragadott sor nem tartalmazza a felépített hitelkonstrukció minden oszlopát, csak azokat, amelyek alapvető fontosságúak a felszámított előtörlesztési büntető kamatláb megértéséhez.

tehát ami a következő periódusokban fog visszafizetésre kerülni. Tehát a büntetőkamatból származó pénzáram az 5. hónapban 49 613,08 RON. Minden periódus esetén ezeket a lépéseket kell követni a büntetőkamatból származó többletbevétel meghatározásához.

Ennek a számításánál ugyanazt a logikát követtük, mint a 4. oszlop elemei esetén. Tehát a következő képletet alkamaztuk:

$$\frac{\sum_{i=1}^{50} büntető\ kamat_i * \left(1 + \frac{Véletlen\ szám}{12}\right)^{50-i}}{\left(1 + \frac{nominális\ kamatláb}{12}\right)^{50}}$$

Ahhoz, hogy megkapjuk a büntetőkamatokból származó bevételek jelenértéket, első lépésben ezeket a bevételeket felkamatoltuk a Monte Carlo-szimuláció első lépésében generált kamatlábakkal. Ennek az a magyarázata, hogy a kamatbevételeket a bank újra kihelyezheti hitelként, és akkor ebből az új kamatnak megfelelő nem várt pénzáramlása keletkezik. Ezek összegét pedig diszkontáljuk a nominális kamatlábbal, ahhoz, hogy megkapjuk a jelenértékét. Erre a bevételre a bank csak akkor tesz szert, ha a kamatlábak csökkennek, hiszen csak akkor történik előtörlesztés. Ez a táblázatból is látszik, hiszen azokban a sorokban, ahol a legenerált kamatláb nagyobb, mint az eredeti 10%-os nominális kamatláb, ott nem történik előtörlesztés, tehát büntetőkamatot sem fizetnek az ügyfelek, ebből nem származik bevétele a hitelintézetnek.

Az utolsó és leglényegesebb lépése a Monte Carlo-szimulációnak, hogy meghatározzuk az SP opció árát. Ahhoz, hogy ezt megkapjuk, összse kell hasonlítanunk a hitelintézetnek az előtörlesztések okozta átlagos veszteségét a büntetőkamatokból származó átlagos többletnyereséggel.

Az átlagos vesztesé $\sum_{i=1}^{500} SP_i = 1460\ RON$ lehet számszerűsíteni:

Az átlagos többletnyereség, ami a büntetőkamatok behajtásából származik: $\frac{\sum_{i=1}^{500} büntetőkamat_i}{500} = 7620\ RON$

3. táblázat. A Monte Carlo-szimuláció alkalmazása a PSA modell alapján

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Ssz.	Véletlen számok	Változatlan kamat	új kamat	Különbség	SP	Büntetőkamat
1	4.3%	96,487	86,435	10,052	-10,052	1,376,540
2	5.0%	96,487	87,497	8,990	-8,990	1,398,309
…	…	…	…	…	…	…
4	5.7%	96,487	88,679	7,808	-7,808	1,422,620
…	…	…	…	…	…	…
11	6.2%	96,487	89,653	6,834	-6,834	1,442,721
…	…	…	…	…	…	…
51	7.4%	96,487	91,733	4,755	-4,755	1,485,858
…	…	…	…	…	…	…
106	8.3%	96,487	93,395	3,092	-3,092	1,520,550
…	…	…	…	…	…	…
163	9.1%	96,487	94,874	1,613	-1,613	1,551,568
…	…	…	…	…	…	…
254	10.0%	96,487	96,487	0	0	0
…	…	…	…	…	…	…
311	10.5%	96,487	97,524	-1,037	0	0
…	…	…	…	…	…	…
407	11.6%	96,487	99,652	-3,165	0	0
…	…	…	…	…	…	…
493	14.1%	96,487	104,678	-8,191	0	0
…	…	…	…	…	…	…
500	15.5%	96,487	107,639	-11,151	0	0

Forrás: saját szerkesztés

A két érték közötti különbség szemmel láthatóan nagy. Ezt úgy kell értelmeznünk, hogy legrosszabb esetben, egy 1000 000 RON értékű jelzáloghitel esetén, melynek nominális fix kamata 10%, az előtörlesztések miatti vesztesége a hitelintézetnek 1460 RON lehet, ezzel szemben az a bevétel, amit ennek fedezésére használhat, 7620 RON. Ha a veszteség és nyereség arányát számoljuk ki, akkor a bank erre a célra kialakított fedezete 5,21-szer nagyobb, mint a vesztesége.

7. Következtetések

Ennek értelmében, ha a hitelek előtörlesztései a 100% PSA modell szerint alakulnak, és a bank egy 5%-os büntető kamatlábat rögzít, akkor vesztesége fedezése után többletbevétele marad, amit új hitel formájá-

ban kihelyezhet. Ezek után egyszerű hármasszabállyal meghatározható, hogy mi lenne az a kamatláb-érték, melynek alkalmazása esetén a bank fedezni tudná veszteségét, de nem realizálna ezzel többletnyereséget, hiszen ezeknek a kamatlábaknak nem az a céljuk. Tehát ha 5%-os kamatláb mellett az 1460 RON fedezésére 7620 RON jut, akkor mi az a kamatláb, ami mellett pontosan 1460 RON? **A válasz 0,01%.** A különbség talán egyetlen hitel esetében nem szembetűnő, azonban ha ezt a bank teljes hitelportfóliójára vetítjük, akkor értéke jelentős, és az ebből származó többletbevétel hatalmas méreteket ölt.

Az alábbi táblázat tartalmazza a román bankpiacon alkalmazott büntetőkamatlábakat.

4. táblázat. A román bankpiacon alkalmazott büntetőkamatlábak

Bank	Büntetőkamat
Banca Românească	4%
Banca Transilvania	2%
Millenium Bank	2%
OTP Bank	3% – első 2 évben
	2% – 3–5 év között
	1% – 5–10 év között
	0% – 10 év után
Alpha Bank	2% – első 7 évben
	0% – 7 év után
BRD Bank	3%
Bancpost	3,50%
Leumi Bank	4%
Raiffeisen Bank	3%
Unicredit Bank	4%
Carpatica Bank	1% – első évben
	0% – 1 év után
ProCredit Bank	4%

Forrás: Saját szerkesztés, a bankok adatai alapján

Ezeket az adatokat összehasonlítva azzal az elméleti árral, amit a Monte Carlo-szimuláció során meghatároztunk, elmondhatjuk, hogy a vizsgált hitelintézetek közül egyik előtörlesztési kamatlábai sem felelnek meg ennek. A bankok büntetőkamatlábai felülértékeltek, az opció elméleti, jogos árához képest. Azon hitelintézetek esetén figyelhetünk meg alulértékelt opciót, melyek ezek értékét a lejárattól teszik függővé.

A szabályozás által egységessé válnak ugyan az előtörlesztési büntető kamatlábak, de még mindig felülértékeltek maradnak a 0,01%-os elméleti értékhez képest.

Irodalomjegyzék

Anthony P. C. 2002. Patterns Of Default And Prepayment For Prime And Nonprime Mortgages *OFHEO Working Papers.*

Brealey, R. & Myers, S. 2005. *Modern vállalati pénzügyek.* Panem, Budapest.

Buda-Cash Brókerház 2008. *Terméktájékoztató,* http://www.buda-cash.hu/letoltesek/hirdetmenyek/termektajekoztato.pdf, letöltve: 2010.06.19.

Fabozzi, F. J. 2001. *Bond Portfolio Management.* John Wiley & Sons, New Jersey.

Fabozzi, F. J. & Ramsey, C. 1999. *Collateralized Mortgage Obligations: Structures And Analysis,* FJF Associates, Pennsylvania.

Fekete, I. 2000. *A kockázatelemzés szerepe a beruházások pénzáramlásának meghatározásánál.* Budapest, http://www.kgt.bme.hu/doktori/phds/fekete_i.pdf, letöltve: 2010.06.21.

Gereben, Á. – Gyomai, Gy. – Kiss, N. 2005. Devizaopciókból számolt implikált volatilitás: érdemes-e vizsgálni?, *MNB Tanulmányok,* 39. szám, http://www.mnb.hu/Engine.aspx?page=mnbhu_mnbtanulmanyok&ContentID=7590, letöltve: 2010.06.21.

Goldman Sachs 1995. Market Focus: What Do People Mean When They Talk About Prepayment Risk?, *Mortgage Securities Rresearch.*

Hull, J. C. 1999. *Opciók, határidős ügyletek és egyéb származtatott termékek.* Panem, Budapest.

Jorion, Ph. 2009. *Financial Risk Manager Handbook.* John Wiley & Sons, New Jersey.

Kalfmann, P. 2008. A banki könyvi kamatkockázat mérésének módszertani lehetőségei. *Hitelintézetiszemle,* 7. évfolyam, 1. szám.

Kothari, V. 2006. *Securitization The Financial Instrument Of The Future.* John Wiley & Sons, Singapore.

Ligeti, S. 1997. *Banküzemtan – egyetemi tankönyv.*

London, D. 1997. *Survival Models And Their Estimation.* Third Edition, Actex.

Moorad, C. 2002. *Capital Market Instruments: Analysis And Valuation.* Palgrave MacMillan, Great Britain.

Moorad, C. 2005. *Fixed-Income Securities And Derivatives Handbook: Analysis And Valuation,* Bloomberg Press, USA.

Richard S. & R. Roll 1989. Prepayment On Fixed-Rate Mortgage-Backed Securities. *Journal Of Portfolio Management,* vol. 15.

Salomon Brothers 1995. *Anatomy Of Prepayments: The Salomon Brothers Prepayment Model.*

Száz, J. 1999. *Tőzsdei opciók vételre és eladásra.* Budapest.

Ulbert, J. 2002. *Értékpapírértékelés.* Jannus Pannonius Egyetemi Kiadó, Budapest.

Wetland, Jill & Ndu C. 2006. Mortgage Refinancing Activity: An Explanation [1990-2001], *Journal Of Real Estate Finance And Economics,* vol. 33., no. 1.