Tőzsdeindexek elemzése az inverz statisztika módszerével

BALOGH IMRE – NAGY BÁLINT ZSOLT – NÉDA ZOLTÁN

Bevezetés

A számítógépek és az internet széleskörű elterjedésének köszönhetően egyre több elektronikus adat válik hozzáférhetővé a befektetők, elemzők és általában a szakmai közönség számára. Ilyen adatok a részvényárfolyamok és a tőzsdeindexek értékei is, valamint a belőlük különböző időtávokra számított hozamok (leggyakrabban napi, heti, havi frekvenciájú hozamok). Hagyományosan ezeket az adatokat a közgazdászok elemezték.

Ezeknek a vizsgálatoknak a kiindulópontja Louis Bachelier 1900-ban írt doktori értekezése (Bachelier 1900), amelyben elsőként elemzi a részvényárfolyamokat matematikai-statisztikai eszközökkel. Bachelier megállapította, hogy mivel végtelen (de legalábbis igen nagyszámú) tényező hat az árfolyamok alakulására, így az árfolyamokat nem lehet előre megjósolni. Az általa felállított modell nem adja meg pontosan az árfolyamváltozásokat, de bizonyos valószínűség-eloszlások meghatározásával ad előrejelzést. További referenciamunkák ezen a téren Cowles (1964), Holbrook Working (1949), Kendall (1953), Cootner (1964) és nem utolsósorban a Nobel-díjas Paul Samuelson, aki 1965-ös cikkében (Samuelson 1965) szintén az árfolyamok előrejelezhetetlenségét emeli ki.

Ezeknek a munkáknak a nyomán vált a pénzügytan terén főáramlatú paradigmává az úgynevezett véletlen bolyongás (*random walk*), melynek értelmében a tőzsdei árfolyamok egy előrejelezhetetlen, sztochasztikus folyamatot alkotnak, amelyben bármilyen szabályszerűséget, mintát felfedezni csupán a véletlen műve lehet. Ha ez így van, akkor ez azt is jelenti, hogy nem lehetséges biztos recept alapján, bennfentes információk birtokában meggazdagodni, túlteljesíteni a piacot. Ez az úgynevezett hatékony piacok hipotézise (Fama 1965).

A hatékony piacok hipotézisének megfogalmazása után annak tesztelése, empirikus igazolása már meglehetősen ellentmondásos eredményekhez vezetett. Ennek a szakmai vitának a tárgyalása túl messzire vezetne, mindenesetre kijelenthető, hogy a pénzügyekben az elmúlt 30 év szakirodalmában ez a vita kiemelt helyet foglal el és mai napig lezáratlan.

Az elmúlt évtizedekben ugyanakkor az árfolyam- és hozamelemzésekre használt módszerek mind kifinomultabbak és változatosabbak lettek, az alkalmazott módszertan növekvő komplexitása pedig ahhoz vezetett, hogy más, módszertan-intenzív tudományágak (így a matematika és a fizika) is érdeklődni kezdtek a tőzsdék és árfolyamok vagy éppen a makrogazdaság és a vagyoneloszlás kérdésköre iránt is. A tőzsdei árfolyamadatokat elsősorban az teszi alkalmassá fizikai-matematikai kuta-

tások végzésére, hogy magas gyakoriságú, úgynevezett „nagyfrekvenciás" adatokról van szó (gyakorta órás, sőt percnyi adásvételi adatok is rendelkezésre állnak). Az egyéb, makrogazdasági természetű kérdések, mint amilyen a vagyoneloszlás modellezése pedig elsősorban azért vonzóak fizikusok számára is, mert egy makrogazdaság szintjén igen nagyszámú szereplő interakciója nyomán cserél gazdát a vagyon, olyan sokszámú szereplő révén, amelyek egy, a statisztikus fizika eszközeivel is vizsgálható sokaságot alkotnak. Különösen az úgynevezett káoszelméleti modellek (*fractal market hypothesis*) örvendtek nagy népszerűségnek az 1990-es években, amelyek az árfolyamok alakulását mint egy tört dimenziójú objektumot (fraktált) elemezték. Alapvető munka e téren az elméleti modellek áttekintése és azok alkalmazása terén Peters (1994) tankönyve.

Az utóbbi évtizedben áttörő eredményekkel kecsegtet a hálózatelméleti megközelítés, amelynek kiindulópontja Barabási–Albert (1999), és amelyet sikeresen alkalmaztak a sejtbiológiától a számítógépes hálózatokon át az értéktőzsdék, sőt az ingatlanpiacok topológiájának feltérképezéséhez is.

Egy további módszer, amelyet jelen tanulmányban is alkalmazni fogunk, az úgynevezett *inverz statisztika*, amit elsőként a fluidumok turbulenciájának vizsgálatára alkalmaztak (Zhou et al. 2006).

Ennek a módszernek a tőzsdei alkalmazását Ingve Simonsen, M. H. Jensen és A. Johansen fejlesztették ki (Simonsen et al. 2002). Az inverz statisztika egy új megközelítés a tőzsde adatainak elemzésére. A különbség a korábban alkalmazott módszerek (amelyet elsősorban a fentebb említett pénzügyi szakirodalom használt) és az inverz statisztika között abban áll, hogy fordítva tesszük fel azt a lényeges kérdést, amely általában a tőzsdén befektetni kívánó személyeket vagy a kutatókat érdekli: nem azt keressük, hogy egy adott idő alatt mennyivel változik egy árfolyam (hozamszámítás), hanem hogy mennyi idő szükséges egy adott arányú változáshoz, egy adott hozam eléréséhez. Kezdetben egyedi részvényekre alkalmazták az inverz statisztikát, azonban gazdasági szempontból a legérdekesebb eredmények akkor születtek, amikor a módszert tőzsdeindexek elemzésére használták (Johansen et al. 2005).

A következőkben az inverz statisztika tőzsdeindexekre való alkalmazását mutatjuk be, és magyarázatot adunk az eredményekre. Fontos megjegyezni, hogy miért is lehet hasznos a tőzsdeindexek elemzése. Egyrészt az elméleti vita szempontjából érdekes és egyben rejtélyes aszimmetriára derült fény a korábbi alkalmazásokban, amely aszimmetria ellentmond a hatékony piac és a véletlen bolyongás modelljének, hiszen véletlen bolyongás esetén átlagosan ugyanannyi idő alatt érne el az index hozama egy pozitív, mint egy abszolút értékben ugyanakkorra negatív értéket, tehát az időintervallumok eloszlása szimmetrikus kellene legyen. Másrészt a portfólió-menedzsmentben is központi jelentőségű a tőzsdeindexek viselkedése. Hatékony piacok esetén ugyanis a tőzsdeindexek lemásolásán, az index megvásárlásán alapuló passzív stratégia javasolható, amely biztosabb, kevesebb egyedi kockázatot tartalmazó és egyszerűen alkalmazható straté-

gia (Malkiel 1992). Ugyanakkor egy tőzsdeindex viselkedése mindig értékes információt ad összetevőinek viselkedéséről is. Egy index viselkedése fontos információval szolgálhat még a kockázatkezelés szempontjából, és segíthet egy, a befektető egyéni kockázati magatartásának megfelelő értékpapír-portfólió megszerkesztésében is.

Korábbi eredmények

I. Simonsen és csoportja a tőzsdeindexek közül a könnyen hozzáférhető New York-i indexet, a DJIA-t (Dow Jones Industrial Average, röviden Dow Jones) elemezte, és az eredmények azt mutatták, hogy rövid időintervallumokon átlagosan kevesebbet kell várni egy adott arányú csökkenéshez, mint egy ugyanolyan arányú növekedéshez. Ez azt is jelenti egyben, hogy a csökkenések gyorsabbak, mint a növekedések, tehát az esések meredekebbek a növekedéseknél. A szerzők azt a magyarázatot feltételezték, hogy a Dow Jones egy jelentős csökkenése/növekedése mögött általában egy bizonyos részvény (amely a Dow Jones indexkosárban szerepel) árfolyamának csökkenése/növekedése áll, amit egy vagy több, hasonló ágazathoz tartozó másik részvény csökkenése/növekedése követ. Ennek eredményeképpen egy lavinaszerű változás indul meg az index összetevői között, amelynek aggregált hatása a tőzsdeindex gyors csökkenése/növekedése. Annak a magyarázatát, hogy miért gyorsabbak a csökkenések, mint a növekedések, szerintük az emberi gondolkodásban kell keresni. Az lehet az ok, hogy a befektetők-kereskedők sokkal inkább kockázatkerülők, mint kockázatvállalók, befektetett vagyonuk egységnyi csökkenése nagyobb mértékű hasznosságcsökkenést okoz, mint amekkora hasznosságnövekedést egy ugyanakkora mértékű vagyonnövekedés eredményezne. Éppen ezért a kockázatkerülő befektetők érzékenyebben reagálnak a „rossz" hírekre is, mint a „jó" hírekre. Ennek eredményeként az eséseknél sokkal hangsúlyozottabb ez a lavinaszerű viselkedés a növekedésekkel szemben. Ez összhangban van a főáramlatú pénzügytan tételeivel, amely szerint a racionális befektetői magatartás a kockázatkerülés.

Ezután egy lengyel csoport is elvégezte a számításokat a varsói tőzsdeindexen, a WIG-en (Warsaw Stock Exchange Index). Meglepő módon teljesen ellenkező viselkedést lehetett megfigyelni a WIG estében, itt egy adott arányú növekedésre kellett átlagosan kevesebbet várni, nem pedig az ugyanolyan arányú csökkenésre (Zaluska–Kotur et al. 2006). Ugyanez a csoport a bécsi tőzsdeindexet, az ATX-et (Austrian Traded Index) elemezve a DJIA-hoz hasonló viselkedést kapott. Arra a következtetésre jutottak, hogy feltörekvő tőkepiacokon sokkal egyszerűbb nyerni, mint fejletteken. Az ő feltételezésük is a norvég csoportéhoz hasonló, mégpedig hogy az összetevők közötti korrelációval magyarázható a viselkedés.

A mi célunk a bukaresti tőzsdeindex (Bucharest Exchange Trading, BET) vizsgálata az inverz statisztika módszerével. Meg akartuk vizsgálni, hogy a BET viselkedése melyik tőzsdeindexhez áll közelebb, és kideríteni, hogy magyarázható-e a BET és a DJIA viselkedése az összetevők közötti korrelációval.

Adatok és módszertan

Ahhoz, hogy a módszert alkalmazni tudjuk, szükségünk van az indexek adataira, a korrelációszámításhoz pedig az index összetevőinek adataira. Minden részvény és index esetében a napi záróárfolyamot használjuk fel. A DJIA és összetevőinek adatai csv (*comma separated values*) formátumban hozzáférhetők és letölthetők többek között a finance.yahoo.com weboldalról. A BET és összetevőinek adatai a www.bvb.ro oldalról tölthetők le xls formátumban, nem részvényekre, hanem napokra lebontva. A DJIA és összetevőinek adatai 1965-től hozzáférhetők, de mivel a BET adatai csak 2000. januártól elérhetők, ezért a DJIA-t is csak ettől a dátumtól kezdve elemeztük. Az adatokat 2007. február 9-ig dolgoztuk fel. A módszer matematikai leírását és a gyakorlati számítás menetét a következő alfejezetekben részletezzük.

Inverz statisztika

A vizsgálatunkban nem aritmetikai, hanem folytonos vagy logaritmikus hozamokat (loghozamokat) számoltunk, vagyis a hozam a két egymást követő árfolyamadat hányadosának logaritmusa.

Az elméleti megalapozottság tekintetében a loghozamokat additív tulajdonságuk teszi alkalmassá. Gyakorlati szempontból az is hasznos, hogy a loghozamok legtöbbször egy, a normális eloszlást jobban megközelítő eloszlást követnek, amely alkalmassá teszi őket arra, hogy segítségükkel lineáris regressziókat vagy Student-féle teszteket hajtsanak végre. Emellett a szakirodalom is többnyire a loghozamokat használja az árfolyamokkal kapcsolatos kutatásokban.

Az ár logaritmusában fix értékű változás magában az árban fix arányú változásnak felel meg. Azért, hogy megértsük az inverz statisztikát mint módszert, bevezetünk néhány jelölést. Legyen S(t) az index értéke egy adott t pillanatban. Ennek logaritmusa:

$$s(t) = \ln(S(t)).$$

A logaritmikus hozam Δt idő alatt:

$$r_{\Delta t}(t) = s(t + \Delta t) - s(t).$$

A befektetési horizont ($\tau_\rho(t)$) egy t időpillanatban, adott ρ értékű logaritmikus hozamra az a legkisebb Δt idő, amelyre teljesül az $r_{\Delta t}(t) \geq \rho$ összefüggés. Formálisan:

$$\tau_\rho(t) = \min\{\Delta t > 0 \mid r_{\Delta t} \geq \rho\}.$$

A $\tau_\rho(t)$ eloszlását úgy tudjuk szemléltetni, ha ábrázoljuk annak valószínűségsűrűségét. Ezen valószínűségsűrűségnek a megnevezésére a továbbiakban gyakran használni fogjuk a „befektetési horizont eloszlás” kifejezést. A fent leírt módszer tulajdonképpeni számítógépes megvalósításának a főbb lépései a következők:

Feltételezzük, hogy az index értékei egy számítógépes állományban, időrendi sorrendben vannak. Az eredményt ($\tau_\rho(t)$ eloszlását) egy tömbben tároljuk (T), amit lépésenként építünk fel.

1) Beolvassuk az index értékeit egy tömbbe. Kiszámoljuk ezeknek a logaritmusát.

2) Kiválasztunk egy adatot (első lépésben legyen ez a legelső adat), tároljuk az értékét: x_0.

3) Keressük a legelső olyan rákövetkező értéket, ami legalább r_0 értékkel nagyobb, mint x_0. (r_0 megegyezik az eddig használt ρ-val).

4) Megszámoljuk, hány napra volt szükség ehhez a növekedéshez. Ez lesz dt.

5) A T tömb dt-edik elemét növeljük 1-gyel.

6) Ezután visszatérünk a második lépéshez, és, a kezdőpontot eltolva, ismételjük az ötödik lépésig, amíg az adatsor végére nem érünk.

Ennek eredményeként a T tömbben a dt-edik elem értéke annyi lesz, ahányszor előfordult, hogy pontosan dt napot kellett várni az árfolyam logaritmusának r_0 értékű növekedésére, tehát, hogy az árfolyam $e^\rho - 1$ aránnyal nőjön.

Korreláció

Célunk az, hogy választ kapjunk arra, tényleg korreláltabbak-e a részvények árfolyamának csökkenései, mint a növekedései a DJIA esetében, illetve megfordítva: a BET esetében. Ahhoz, hogy ezt kimutassuk, tanulmányoznunk kell az összetevők közötti korrelációkat az index relatív változásának a függvényében. Korrelációt természetesen a részvények árfolyamának változásai között számolunk. Egy részvényárfolyam relatív változásának értelmezése:

$$X_t = \frac{Z_{t+1}^X - Z_t^X}{Z_t^X},$$

ahol Z_t^X a tőzsdeindex X összetevőjének az árfolyama t időpillanatban. Két részvény árfolyamának változása közötti korrelációs együttható:

$$R(X,Y)_{t,l} = \frac{E(X,Y)_{t,l} - E(X)_{t,l}E(Y)_{t,l}}{D(X)_{t,l}D(Y)_{t,l}},$$

ahol $E(X)_{t,l}$ -el jelöltük X várható értékét a t és t+l közötti időintervallumon és $D(X)_{t,l}$ -el, X standard eltérését (szórását) a t és t+l közötti időintervallumon. Ezeket behelyettesítve a következő képletet kapjuk:

$$R(X,Y)_{t,l} = \frac{l\sum_{i=t}^{t+l} X_i Y_i - \sum_{j=t}^{t+l} X_j \sum_{k=t}^{t+l} Y_k}{\sqrt{l\sum_{i=t}^{t+l} X_i^2 - \left(\sum_{j=t}^{t+l} X_i\right)^2}\sqrt{l\sum_{i=t}^{t+l} Y_i^2 - \left(\sum_{j=t}^{t+l} Y_i\right)^2}}.$$

Ugyanezen az intervallumon a részvények közötti átlagos korrelációt megkapjuk, ha kiszámoljuk a korrelációt az összes komponens között páronként, majd ezeket át-

lagoljuk. Hogy ezt az átlagos korrelációt az index relatív változásához kapcsoljuk, kiszámoljuk ugyanezen az intervallumon ezt a változást:

$$r_{t,l} = \frac{S(t+l) - S(t)}{S(t)} .$$

A következő lépésben átlagoljuk a korreláció azon értékeit, amelyekre az $R_{t,l}$ -hez tartozó relatív változás az indexben ($r_{t,l}$) meghalad egy r értéket r>0 esetben (tehát mikor az index értéke nő). Formálisan:

$$R(r)_l = \frac{\sum_t \{R_{t,l} \mid r_{t,l} > r\}}{\sum_t \{1 \mid r_{t,l} > r\}} .$$

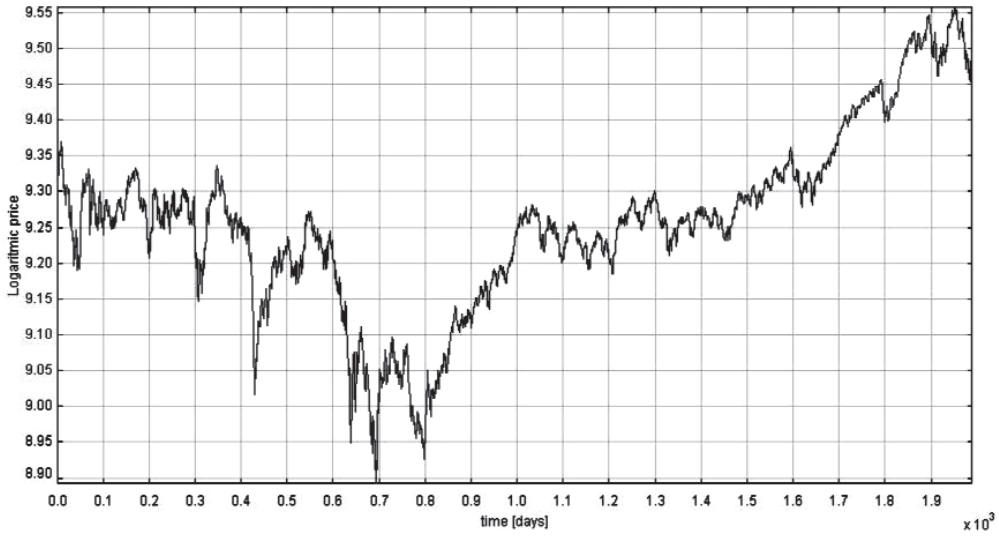
Ehhez hasonló képletet kapunk r<0 esetre is, mindössze a feltételt kell kicserélni $r_{t,l} < r$ -re. Ennek eredményeként megadja az „l" intervallumon számolt átlagos korrelációk átlagát az összes olyan t pontra, amelyre (r>0 esetben), illetve (r<0 esetben). Végül, ha ezeket átlagoljuk az összes olyan „l" intervallumra, amely a számítások és gazdasági szempontokból is elfogadható (legyen a legrövidebb ilyen intervallum m, a leghosszabb pedig M), megkapjuk azt a releváns korrelációt, amit kerestünk:

$$R(r) = \frac{\sum_{l=m}^{M} R(r)_l}{M - m + 1} .$$

A fentebb ismertetett lépések számítógépes megvalósítása bonyolultabb, ezért e cikk keretén belül nem részletezzük.

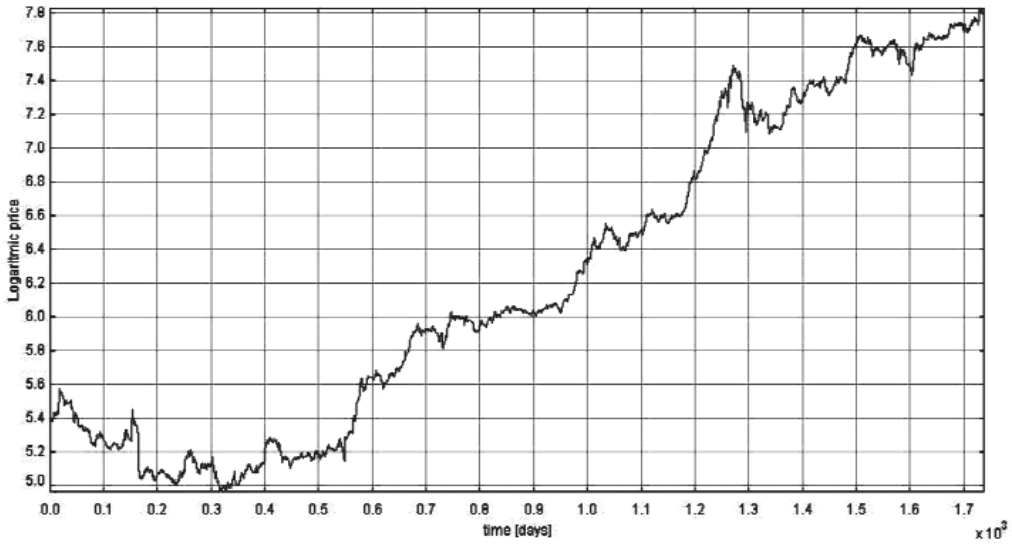
Az inverz statisztika eredményeinek tárgyalása

Az első két ábrán a DJIA és a BET logaritmusának változása látható arra az időszakra, amelyre az elemzéseket végeztük.



Forrás: saját szerkesztés

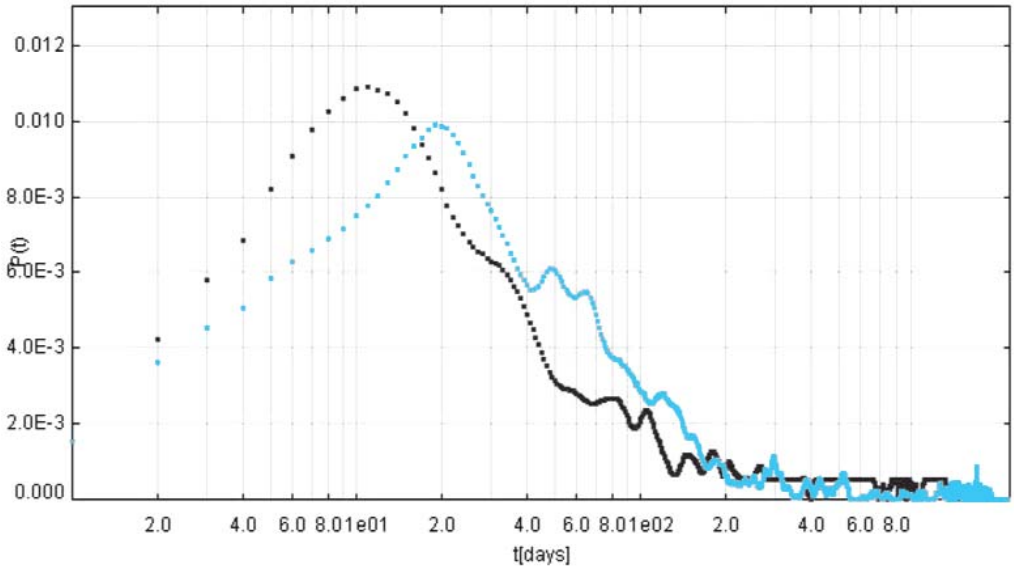
1. ábra. A DJIA logaritmus értékének időbeli változása 2000.01.–2007.11. között



Forrás: saját szerkesztés

2. ábra. A BET logaritmus értékének időbeli változása 2000.01.–2007.02. között

A következő grafikonon a DJIA elemzéséből származó befektetési horizont eloszlása látható.

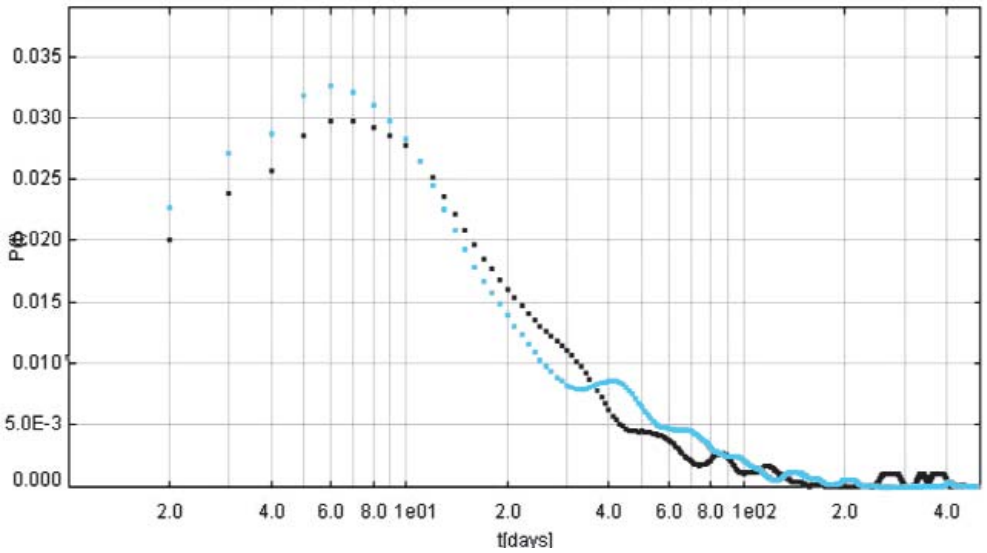


Forrás: saját szerkesztés

3. ábra. A DJIA befektetési horizont eloszlása

A grafikon tulajdonképpen megadja a ρ értékű növekedéshez és csökkenéshez szükséges idők valószínűségsűrűségét. A mi esetünkben ρ értéke 0,05, ami hozzávetőlegesen 5,1%-os változásnak felel meg. Azért választottuk ezt az értéket, mert

ez egy elfogadható, átlagos változás a tőzsdén, ahhoz, hogy rövid időintervallumokon (amikor még az infláció nem játszik szerepet) elemezni lehessen az indexet, és a legelső elemzéseket is ezzel az értékkel végezték. A ρ-nak más értékeket választva is nagyon hasonló eloszlást kapunk, ha ez az érték ésszerű határokon belül van. 0,02-nél kisebb értéket választva, a változás nagy valószínűséggel már egy nap után bekövetkezik, így ez nem mond sokat az index viselkedéséről. 0,1-nél nagyobb értéket (~10,5%) választva, a grafikon nagyon zajos lesz, és megnő annak a valószínűsége, hogy az adatsor végéig nem következik be ilyen nagyarányú változás. A grafikonon a fekete vonal jelzi a negatív, a zöld pedig a pozitív hozam eléréséhez szükséges idő valószínűségsűrűségét. Fontos megjegyezni, hogy a vízszintes tengelyen (napok) az értékek logaritmikusan nőnek, és a grafikonnak csak addig a pontig van jelentősége, amíg a fluktuációk el nem kezdődnek. Ezentúl csak erre a részre fogunk koncentrálni. Jól látszik, hogy az 1-es vonal a kisebb értékek felé van eltolódva. Ez azt jelenti, hogy átlagosan kevesebbet kell várni arra, hogy az index értéke öt százalékkal csökkenjen, mint arra, hogy ugyanennyivel nőjön. A DJIA-nál nem is vártunk mást, hisz ezt az eredményt előttünk már mások is megkapták. A következő grafikonon a BET elemzéséből származó eredményeket látjuk.

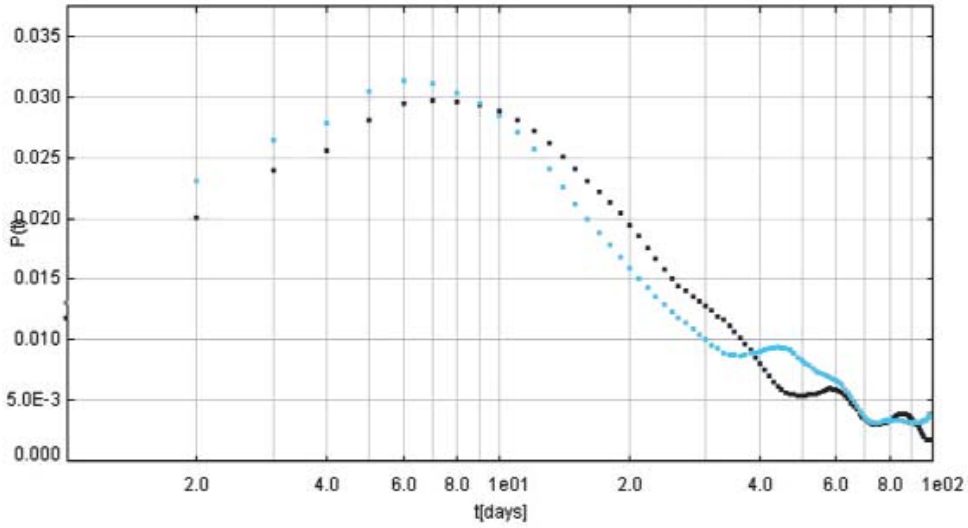


Forrás: saját szerkesztés

4. ábra. A BET befektetési horizont eloszlása

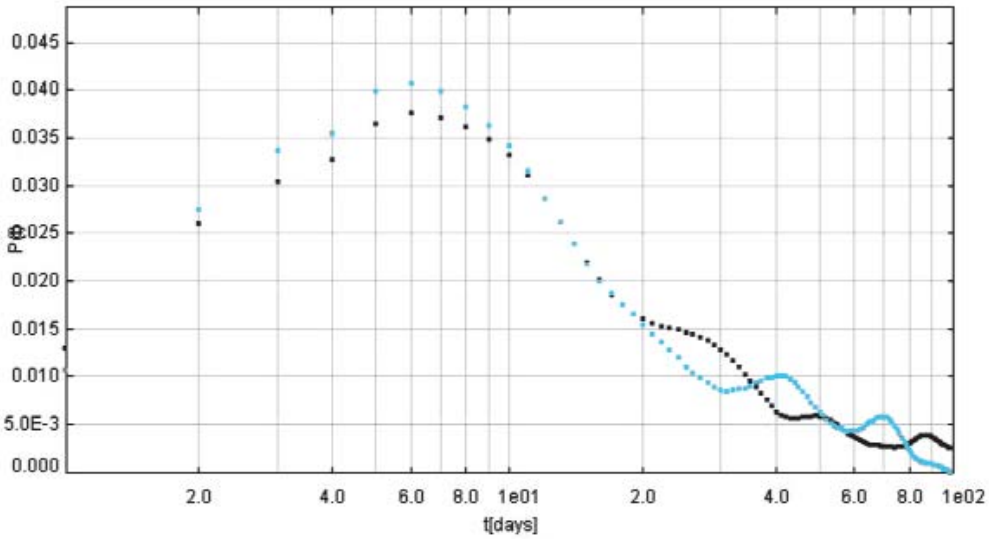
A görbék színezése és jelentése ugyanaz, mint az előbb. Itt megfigyelhető, hogy a két görbe nagyon közel van egymáshoz, de a zöld mégis egy kicsit el van tolódva a kisebb értékek felé. Az első gondolatunk az volt, hogy a BET és általában a kelet-európai tőzsdeindexek azért viselkednek a DJIA-tól eltérően, mert ezek még viszonylag fiatalok (a BET-et 1997-ben vezették be). A Bukaresti Értéktőzsdén (BVB, Bursa de Valori Bucureşti) 2000-ig elég alacsony volt a likviditás, csupán ekkor jelentek meg a vál-

lalati kötvények a tőzsdei kereskedésben,[1] ezért arra gondoltunk, hogy az index adatait kettéosztjuk, és elvégezzük a számításokat külön-külön két egyenlő hosszúságú részintervallumra. A kettéosztásnál az adatsort középen vágtuk el, a 2003. július 25-i adatoknál. Ha az első részben a két görbe közötti aszimmetria erősebb, mint a második részben, ez azt jelentené, hogy valóban összefüggés van a tőzsde kora és az index viselkedése között. Az eredmények a következő két ábrán láthatók.



Forrás: saját szerkesztés

5. ábra. A BET befektetési horizont eloszlása az első részintervallumban



Forrás: saját szerkesztés

6. ábra. A BET befektetési horizont eloszlása a második részintervallumban

[1] B2btrading Bucureşti, Ghidul Investitorului La Bursă, www.bvb.ro

Az 5. ábrán még egyértelműen látszik a DJIA-val ellentétes aszimmetria, míg a 6. ábrán ez szinte teljesen eltűnt, helyenként meg is fordult. Az aszimmetria számszerűsítése érdekében kiszámoltuk a befektetési horizontok eloszlásának átlagát (várható értékét vagy első momentumát). Azért, hogy a görbék végén fellépő fluktuációk ne zavarják meg az eredményeket, ezeket a részeket kihagytuk az átlagolásból. A számolás első lépésében levágtuk azt a részt a sűrűségfüggvényből, ahol a fluktuációk kezdődnek. Ezután a megmaradt részt normáltuk 1-re (ez feltétlenül szükséges, ha átlagot akarunk számolni), és ennek az átlagát számoltuk ki. Ezeket az átlagokat táblázatba gyűjtöttük. A DJIA és BET összehasonlító táblázata a következő:

1. táblázat. A DJIA és a BET összehasonlítása

		DJIA		BET	
Hozam	Napok	Pozitív	negatív	pozitív	negatív
0,02	15	6,7240	5,976	4,995	5,035
0,03	20	9,613	8,732	7,009	7,435
0,05	30	16,399	14,288	11,307	12,401
0,1	50	28,106	26,541	22,679	22,404

Forrás: saját számítás

Az első oszlopban a ρ értéke van feltüntetve, a másodikban pedig az, hogy hány napig vettük figyelembe a sűrűségfüggvényt. A következő két-két oszlopban a DJIA és a BET pozitív és negatív hozamokra kapott eredményeiből számolt átlag. A táblázatból egyértelműen kitűnik, amire a grafikonokból is következtettünk, hogy a DJIA esetében átlagosan kevesebbet kell várni a negatív hozamra, a BET esetében pedig a pozitívra, ha rövid intervallumokat veszünk figyelembe. A következő táblázatban a BET első és második felének összehasonlításakor kapott eredmények vannak felsorakoztatva.

2. táblázat. A BET első és második felének összehasonlítása

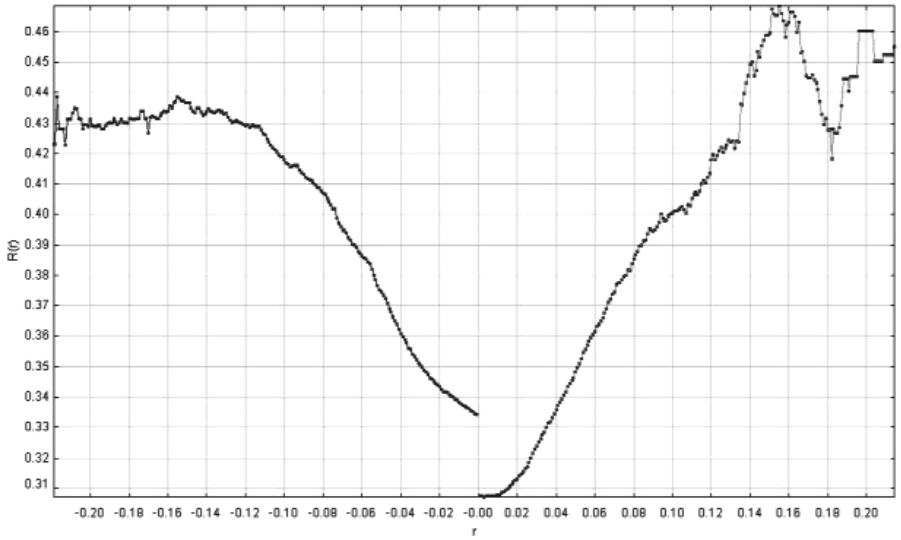
		BET első		BET második	
Hozam	Napok	Pozitív	negatív	pozitív	negatív
0,02	15	5,139	5283	4,879	4,82
0,03	20	7,15	7,738	6,979	7,186
0,05	30	11,964	13,01	10,887	11,795
0,1	50	24,567	23,851	21,204	20,979

Forrás: saját számítás

Az eredményekből látszik, hogy a különbségek jóval hangsúlyosabbak az első részben, mint a másodikban. Ez első ránézésre igazolta feltevésünket, miszerint kapcsolat van a tőzsde életkora és az inverz statisztikából kapott eloszlásban felfedezett aszimmetria jellege között.

A korrelációs eredmények tárgyalása

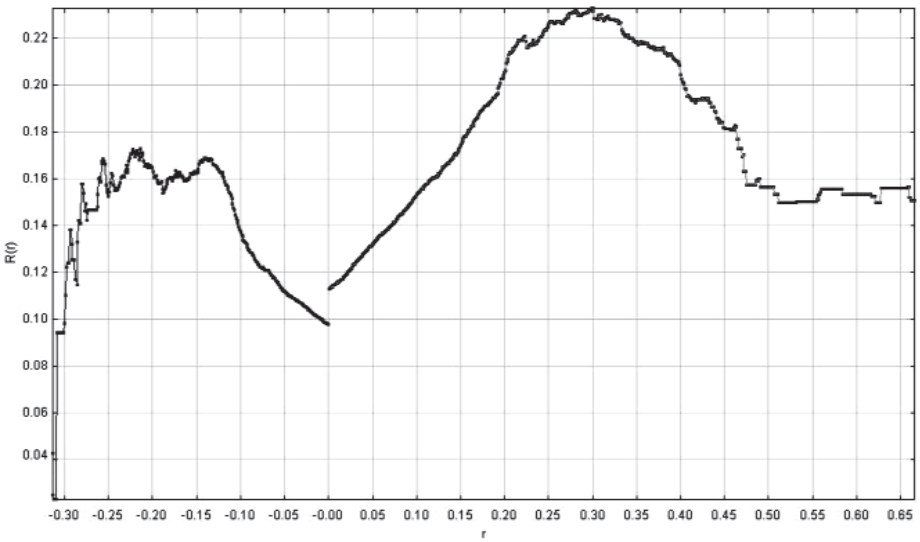
Először a DJIA adataiból számoltuk ki a releváns korrelációs együtthatót, melynek időbeli változása az alábbi ábrán látható.



Forrás: saját szerkesztés

7. ábra. A DJIA összetevői közötti korreláció az index relatív változásának függvényében

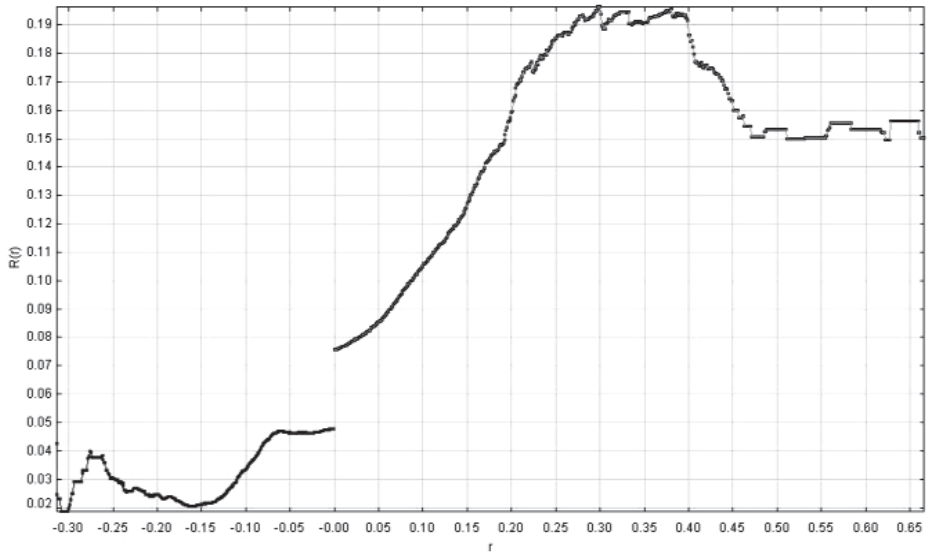
A 7. ábrán jól megfigyelhető a 0 pontban egy szakadás. Ez annak tulajdonítható, hogy a 0 pont két oldalán minőségileg különböző (növekvő, illetve csökkenő) trendek jelennek meg. A görbe alakja azt sugallja, hogy a tőzsdeindexben levő negatív változások esetén a komponensek erősebben korreláltak, mint a pozitív változások esetén. A következő, 8. ábrán ugyanezen kapcsolatot ábrázoltuk a BET adatait használva.



Forrás: saját szerkesztés

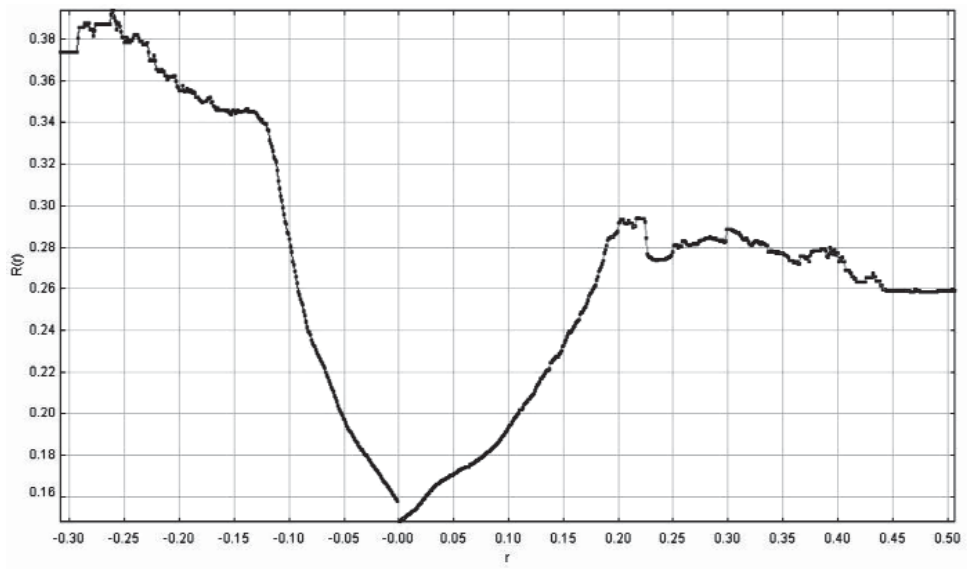
8. ábra. A BET összetevői közötti korreláció az index relatív változásának a függvényében

A különbség egyértelmű. Itt a növekedéseknél erősebben korreláltak a részvények változásai, mint a csökkenéseknél. Igazolni látszik a feltételezés, miszerint a korreláció magyarázatot ad az inverz statisztikában kapott különbségekre. A következő két grafikon a BET első és második felében számolt releváns korrelációk eredményeit mutatja.



Forrás: saját szerkesztés

9. ábra. A BET első felében az összetevők közötti korreláció az index relatív változásának függvényében



Forrás: saját szerkesztés

10. ábra. A BET második felében az összetevők közötti korreláció az index relatív változásának függvényében

Az első részben látszik, hogy csökkenéseknél szinte egyáltalán nincs korreláció az összetevők között, míg növekedéseknél ehhez képest erős korreláció figyelhető meg. Fontos megjegyezni, hogy ennek a viszonylag erős korrelációnak a maximuma 0,2. Ez az érték jelentősen elmarad a DJIA-nál tapasztalt korrelációhoz képest, melynek minimuma 0,3, maximuma pedig 0,46 körül van. A BET második felében a negatív és pozitív változásokhoz tartozó korrelációk aránya megfordul, és itt már a csökkenések korreláltabbak.

A viselkedés itt a DJIA-hoz hasonló. Az itt megfigyelt maximum értéke már jóval magasabb, mint az első részben (0,39), de még mindig elmarad a DJIA-hoz képest. A csökkenésekkor és növekedésekkor fellépő korrelációk egymáshoz viszonyított arányát és ugyanezen a perióduson számolt inverz statisztika eredményeit figyelembe véve, egyértelműen kijelenthető, hogy összefüggés van a komponensek közötti korreláció és a befektetési horizont eloszlásaiban látott aszimmetria között.

Azonban közelebbről is megvizsgálva az adatokat, azt fedeztük fel, hogy a BET tulajdonképpen a második részintervallum túlnyomó részében is úgy viselkedik, mint az első intervallumban, kivéve egy rövid periódust, ahol nagyon erős korreláció lép fel a részvények árfolyamai között, amikor az index csökken. Ezt a periódust egészen pontosan nem tudtuk meghatározni, de az bizonyos, hogy a 2005-ös év folyamán történt. Valóban a történeti adatoknak utánanézve látható, hogy 2005. március–május folyamán igen drasztikus csökkenéseket könyvelhetett el (-26,8%) nemcsak a BET, hanem a bukaresti tőzsde másik két indexe, a BET-C és a BET-FI is. Minden jel szerint ez az a viszonylag rövid periódus, amely miatt az egész második részintervallumot vizsgálva, fordított eredményt kapunk, mint az első intervallumban. Bármi is okozta ezt az igen erős esést és korrelációt, az időszak viszonylagos rövidsége miatt kiugró értéknek, outliernek kell minősítsük, és következtetéseinkben el kell tekintenünk tőle.

Következtetések

Jelen tanulmányban bemutattuk az inverz statisztika tőzsdei alkalmazását. A leírt módszert használva elemeztük a DJIA és BET tőzsdeindexek viselkedését, eredményként pedig megkaptuk a befektetési horizont eloszlását, ami érdekes aszimmetriát mutat. Ez az aszimmetria fordított a nyugati és az új kelet-európai tőzsdék indexei esetén. Nem sikerült egyértelműen kimutatni, hogy ez a DJIA-hoz képest fordított viselkedés a fiatal tőzsdéknél idővel eltűnik és a fejlett tőzsdékre a DJIA-hoz hasonló aszimmetria lesz jellemző, hiszen csak látszólag történt ilyen jellegű változás (egy igen rövid időszak alatt). A BET indexben a 2003 utáni időszak túlnyomó részében is a feltörekvő piacokra jellemző aszimmetria maradt jellemző: átlagosan kevesebb a pozitív hozamok realizálásának ideje, mint a negatív hozamoké. Végeredményben elmondhatjuk, hogy a fejlett tőzsdéken átlagosan kevesebbet kell várni az indexben egy adott arányú csökkenésre, mint ugyanolyan arányú növeke-

désre. Bemutattuk egy index összetevői közötti releváns korreláció értelmezését és kiszámításának menetét. Az eredmények azt sugallják, hogy a fejlett tőzsdéken az index értékének az esésekor erősebb a korreláció az összetevők között, mint a növekedéskor. Az eredmények arra is rámutatnak, hogy a feltörekvő piacokon a korreláció mértéke növekvő trendet mutat a tőzsde fejlődésével. A releváns korreláció első lépésben magyarázatot ad a tőzsdeindexeknek az inverz statisztikában felfedezett viselkedésére. A korreláció mögött számos tényező szerepet kaphat. Ilyen tényező lehet például a mások által magyarázatként sokat emlegetett csordaszellem tőzsdekrachok esetén. A spekulatív árbuborékok (Shiller 2005) jelenléte is magyarázhatja az esésekkor fellépő erősebb korrelációt. Ezenkívül sok más tényező szerepet játszhat a kapott eredmény kialakulásában, de jelen dolgozatban ezeket nem részletezzük.

Irodalomjegyzék

Babtrading Bucureşti, Ghidul Investitorului La Bursă, www.bvb.ro

Bachelier, L. 1900. Théorie de la speculation. *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure 3.*

Barabási, Albert-László – Réka Albert 1999. Emergence of scaling in random networks. *Science*, 286. 509–512.

Cootner P. 1964: *The random character of stock market prices*. Cambridge, MIT Press

Cowles, A. 1933. Can stock market forecasters forecast? *Econometrica* 1 (3), pp. 309–324.

Fama E. F. 1965. The Behaviour of Stock Prices. *Journal of Business*, 38, pp. 34–105.

Holbrook Working 1949. The Theory of the Price of Storage. *American Economic Review,* pp. 1254–1262.

Johansen, A. – I. Simonsen, M. – H. Jensen 2006. Inverse Statistic for Stocks and Markets. *Arxiv: physics*/0511091 v1 10 Nov. 2005

Kendall, M. 1953. The analysis of economic time series. *Journal of the Royal Statistical Society*, Series A, Vol. 96, pp. 11–25.

Malkiel, Burton G 1992. *A Random Walk Down Wall Street.* WW Norton 1 edition Feb 27.

Peters, Edgar E. 1994. *Fractal Market Analysis*. John Wiley & Sons Inc, New York

Samuelson P. A. 1965. Proof That Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly. *Industrial Management Review*, vol. 6, nr. 1, p. 41–90.

Shiller, Robert, J 2005: *Irrational exuberance*. 2nd ed, Doubleday, New York

Simonsen, Ingve– Jensen, Mogens H. – Johansen, Anders 2002. Optimal Investment. Horizons. *European Physics Journal* B 27, 583.

Zaluska-Kotur, Magdalena – Krzysztof Karpio – Arkadiusz Orlowski 2006. Comparison of Gain-Loss Asymmetry Behavior for Stocks and Indexes. *Arxiv:physics*/0608214v1

Zhou, Wei-Xing – Didier Sornette – Wei-Kang Yuan 2006. Multifractality of Inverse Statistics of Exit Distances in 3D Fully Developed Turbulence. *Physica D* 214, 55–62.